

文章编号: 1000-8055(2009)06-1432-05

人字齿轮修形优化设计

王 成¹, 方宗德¹, 贾海涛², 张军辉¹

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 中国船舶重工集团公司 第 703 研究所, 哈尔滨 150036)

摘 要: 针对齿廓修形的特点, 小轮齿廓采用三段修形. 通过改变刀具切削刃的形状, 以三段抛物线代替齿条的直线齿廓, 推导出了刀具齿面方程. 建立了人字齿轮啮合的坐标关系, 进而提出了人字齿轮齿接触分析和承载接触分析的方法. 以承载传动误差最小为目标函数, 采用复形调优法进行优化, 可以获得最佳修形优化参数. 通过实例表明, 在不考虑安装误差情况下优化后的结果与未优化相比仍可以明显降低轴线误差对承载传动误差的影响. 最后, 给出了小轮齿廓修形量的计算方法.

关 键 词: 优化; 人字齿轮; 接触啮合分析; 修形量

中图分类号: TH132.41

文献标识码: A

Modification optimization of double helical gears

WANG Cheng¹, FANG Zong-de¹, JIA Hai-tao², ZHANG Jun-hui¹

(1. School of Mechatronic Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. No703 Research Institute,

China Shipbuilding Industry Corporation, Harbin 150036, China)

Abstract: Based on the characteristic of tooth profile modification, the method of three segment modification for pinion profile was presented. Through changing the shape of cutter-edge, three-segment parabola was used to substitute for the linear profile, and cutter surface equation was deduced. Coordinate system for double helical gears meshing was built, and furthermore, tooth contact analysis and loaded contact analysis was proposed. By taking least transmission error as optimization goal and the optimization parameters were obtained by applying complex method. A case study shows that, in the case of axes error, the optimization results of profile and axial modification without consideration of axes error can still obviously reduce the loaded transmission error compared with no modification optimization. Finally, the calculation method of pinion profile modification was given.

Key words: optimization; double helical gears; gear meshing analysis; modification calculation

人字齿轮因具有承载能力高, 工作平稳性好等优点^[1], 已在直升机传动系统中获得了应用(例如 V-22“鱼鹰”倾转旋翼机)。

齿轮修形设计, 已在齿轮传动中得到了广泛的应用. 实践证明, 在高速重载传动时, 采用齿顶、

齿根修缘和齿向修形后, 能有效地改善啮合性能, 降低噪声, 提高承载能力. 此外, 为了提高工效常以小轮修根代替大轮修缘, 即修形都放在小齿轮上. 为了降低齿轮副对安装误差的敏感性, 人字齿轮传动的几何传动误差可设计为抛物线形. 同时

收稿日期: 2008-05-29; 修订日期: 2008-07-30

作者简介: 王成(1977-), 男, 山东莱州人, 博士生, 主要从事人字齿轮修形设计与分析等方面的研究.

考虑到齿轮副的修形是通过刀具修形实现的,而刀具的抛物线齿廓易于加工.因此,本文提出了齿廓修形采用三段抛物线代替齿条的直线齿廓,以获得小轮齿廓三段修形.

1 齿轮修形

1.1 小轮齿廓三段修形

齿廓修形通用的方法是改变刀具切削刃的形状.对于常用的齿条形刀具(滚刀)加工齿轮的情况,是以抛物线代替齿条的直线齿廓,以获得中凸的齿形,齿条的齿廓形状如图 1 所示.图中坐标系 $\alpha x_c y_c$ 固定在刀具上,加工过程中随齿条移动, αx_c 是齿条齿形对称中线, αy_c 是加工节线, $o_b x_b y_b$ 是建立在齿廓上的坐标系; y_1, y_2 和 y_3 分别为齿廓坐标系 $o_b x_b y_b$ 下的 3 段抛物线方程,其表达式如下:

$$\begin{cases} y_1 = a_1 u^2 \\ y_2 = a_2 u^2 + b_2 u + c_2 \\ y_3 = a_3 u^2 + b_3 u + c_3 \end{cases} \quad (1)$$

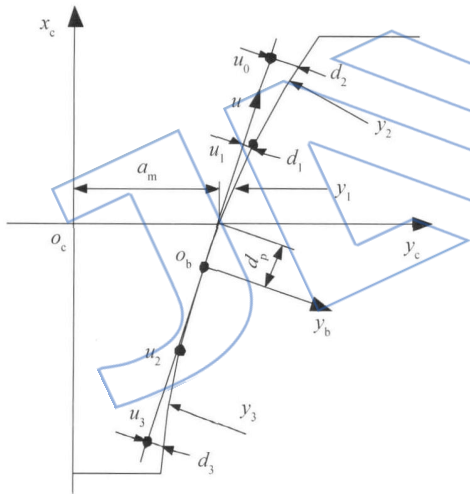


图 1 齿条形刀具法向轮廓

Fig. 1 Normal profile of rack cutter

式(1)中有 7 个未知数,这里给出几个约束条件:①每段抛物线连接点处连续;②连接点处光滑,即一阶导数连续;③给出每段抛物线最大修形量 d_1, d_2 和 d_3 .

由上述 3 个约束条件可以得到

$$y_1(u_i) = d_1 \quad (2)$$

$$\begin{cases} y_1(u_1) = y_2(u_1) \\ y_1'(u_1) = y_2'(u_1) \\ y_2(u_0) = d_2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} y_1(u_2) = y_3(u_2) \\ y_1'(u_2) = y_3'(u_2) \\ y_2(u_3) = d_3 \end{cases} \quad (4)$$

式中 u 为在齿条刀具法截面上,齿廓上的点距抛物线极点的距离, u_1 和 u_2 分别为 3 条抛物线在齿条刀齿廓的位置; u_i 为 u_1 和 u_2 绝对值中的最大值; u_0 和 u_3 可以根据刀具实际工作齿廓长度(即小轮实际工作齿廓长度转化为齿条刀相应点距离抛物线极点的距离)来确定.

通过坐标变换,将齿条刀齿廓方程转化为刀具齿面方程

$$r_c = \begin{cases} -y_i \sin \alpha + (u - d_p) \cos \alpha \\ y_i \cos \alpha \cos \beta + l \sin \beta + \\ [(u - d_p) \sin \alpha + a_m] \cos \beta \\ -y_i \cos \alpha \sin \beta + l \cos \beta - \\ [(u - d_p) \sin \alpha + a_m] \sin \beta \end{cases} \quad (5)$$

式中 $i=1, 2, 3$; u 和 l 是表面参数; u 在前面已有说明; l 为齿廓上的点所在的法截面距坐标原点 o_c 的距离; d_p 为抛物线极点的位置参数; α 和 β 分别为压力角和螺旋角; a_m 是齿条节线上的法向半齿厚.

两个分段点的表面参数 u_1 和 u_2 分别控制 3 条抛物线在齿条刀齿廓的位置.当 $u_2 \leq u \leq u_1$ 时,刀具齿面方程为 y_1 ;当 $u > u_1$ 时,刀具齿面方程为 y_2 ;当 $u < u_2$ 时,刀具齿面方程为 y_3 .

对于左右端小轮齿面的加工,可以采用不同的修形刀具.

1.2 齿向修形

齿向采用沿分度圆螺旋线方向抛物线修形,其法向修形量 $y = ax^2 + bx + c$.同样,对于左右端小轮齿面可以采用不同的抛物线修形.

2 人字齿轮接触啮合分析

2.1 轮齿接触分析

图 2 所示为一对人字齿轮啮合的坐标系,该齿对由 I 和 II 两对斜齿轮对组成.为了便于进行轮齿接触分析,分别在齿对 I 和 II 的小轮齿宽中点回转轴上建立固定坐标系 S_{h1} 和 S_{k1} , Z 轴与小轮回转中心重合.

按理想位置安装时,齿对 I 和 II 的大轮固定坐标系为 S_{h2}, S_{k2} .其坐标轴与小轮固定坐标系 S_{h1}, S_{k1} 的坐标轴平行.由于安装误差以及齿轮啮合时为消除轴向力而产生的轴向窜动,齿对 I 和

II的大轮中心点将产生沿 3 个坐标轴方向的位移.建立两个辅助固定坐标系 S_{h2}' , S_{k2}' . 坐标轴 Z_{h2}' , Z_{k2}' 与大轮回转轴重合(这里忽略轴的变形,辅助坐标系轴线通过固定坐标系轴线中点移动).坐标系 S_{h2}' 相对于 S_{h2} 的坐标原点的位置变动量为 $\Delta X_h, \Delta Y_h, \Delta Z_h$; 轴线不平行度误差为 δ_i . 坐标系 S_{k2}' 相对于 S_{k2} 的坐标原点的位置变动量为 $\Delta X_k, \Delta Y_k, \Delta Z_k$; 轴线不平行度误差与齿对 I 是一致的,为大轮轴与小轮轴的角度安装误差 δ_i . 齿对 I 和 II 的大轮位置变动量可分别根据角度安装误差 δ_i 的几何关系及大轮的轴向窜动量确定.

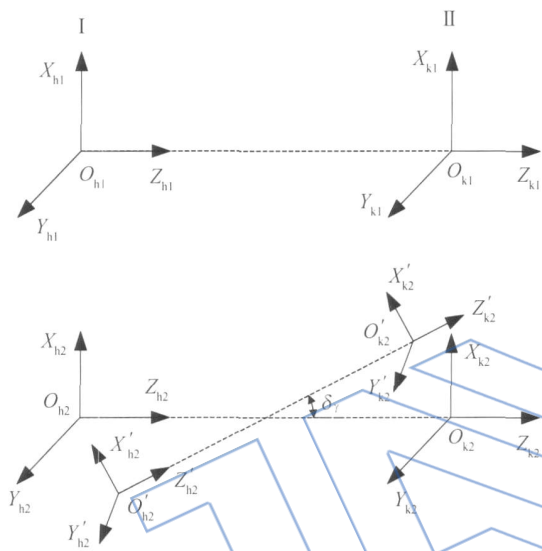


图 2 一对人字齿轮啮合的坐标系

Fig.2 Coordinate system for double helical gears meshing

根据齿轮接触分析的求解方法^[2-5],分别对齿对 I 和 II 进行轮齿接触分析,从而可以求出人字齿几何传动误差和离散点齿面间隙.

2.2 轮齿承载接触分析

承载接触分析方法可以参照相关文献^[6-7],本文仅给出人字齿特有的约束条件,包括同一接触位置左右端齿面所有离散点处的离散载荷之和等于作用载荷以及同一接触位置左右端离散载荷轴向分力相等(关于人字齿轮承载接触分析已另文撰写).通过求解一个周期内所有啮合位置,就可以得到人字齿轮啮合的承载传动误差.

3 修形优化

以承载传动误差最小为目标函数,以刀具齿廓每段抛物线最大修形量 d_1, d_2 和 d_3 与 3 条抛物线在齿条刀齿廓的位置 u_1 和 u_2 以及小轮齿向

修形系数 a, b 和 c 为优化变量(这里仅给出小轮一端轮齿修形相应的优化变量,另一端与此类似),采用复形调优法进行优化^[8-9].

4 优化实例与结果

以一对人字齿轮为例,用上述方法进行优化.这对齿轮的参数见表 1,输入额定扭矩为 $4000\text{ N}\cdot\text{m}$ (小轮为主动轮).因为没有考虑安装误差,为了减少优化变量,假定左右端齿面修形相同且假定齿条齿廓每段抛物线沿齿高的高度分别为 $h/4, h/2$ 和 $h/4$ (h 为小轮实际工作齿廓长度转化为齿条刀沿齿高方向的工作高度).齿廓修形以每段抛物线最大修形量 d_2 和 d_3 (中间一段不修)为优化变量;齿向修形以抛物线二次项系数 a (一次项与常数项设为 0)为优化变量,如表 2 所示.优化前后的结果如图 3 和图 4(本文同时给出了相邻扭矩为 $3500\text{ N}\cdot\text{m}$ 和 $4500\text{ N}\cdot\text{m}$ 下的承载传动误差,在额定扭矩下,优化前后最大承载传动误差(幅值)分别为 $0.382''$ 和 $0.2''$).

表 1 人字齿轮的参数

Table 1 Parameters of double helical gears

齿轮参数	主动轮	从动轮
齿数 z	34	143
模数 m_n/mm	4.5	
压力角 $\alpha_n/(\circ)$	20	
螺旋角 $\beta/(\circ)$	34.29	
齿宽 B/mm	90×2	90×2
旋向	右左旋	左右旋
退刀槽宽度 W/mm	70	

表 2 优化后的相关参数

Table 2 Relation parameters after optimization

修形参数	数值
d_2/mm	0.003
d_3/mm	0.002
$a/10^{-9}$	-2.5

修形参数是在没有考虑安装误差的情况下进行优化的.现假定存在轴线安装误差 δ_i 在 $Y_{h1}-Z_{h1}$ 平面的投影为 $\delta_i = 0.1'$.在不改变优化参数的前提下对不优化和优化这两种情况重新计算承载传

动误差(扭矩为 $4000\text{ N}\cdot\text{m}$),结果见图 5 和图 6. 从结果中可以看出,在不考虑安装误差情况下优

化后的结果与不优化相比仍可以明显降低轴线误差对承载传动误差的影响.当然,对于存在安装误差的情况可以重新进行优化.

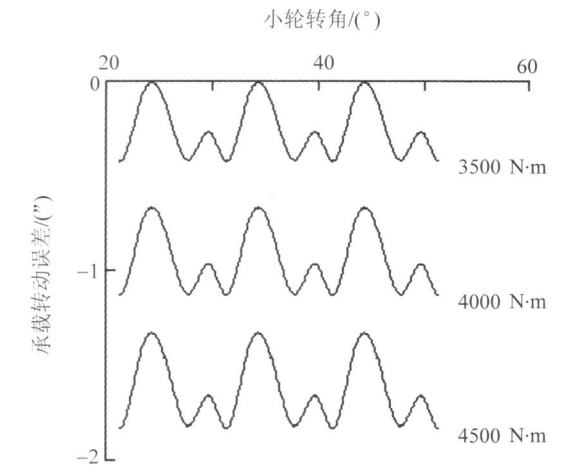


图 3 优化前承载传动误差
Fig. 3 Loaded transmission error before optimization

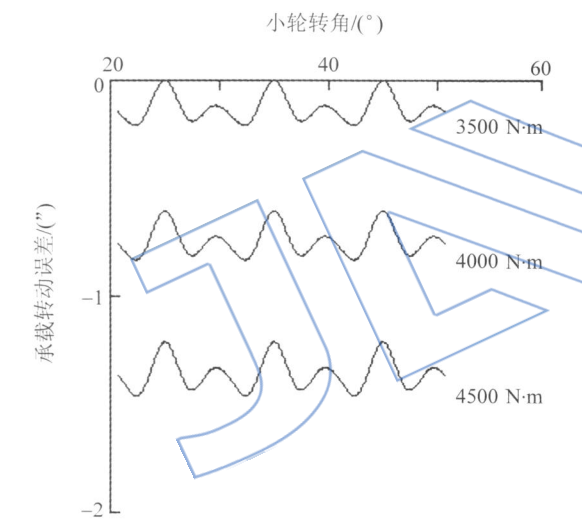


图 4 优化后承载传动误差
Fig. 4 Loaded transmission error after optimization

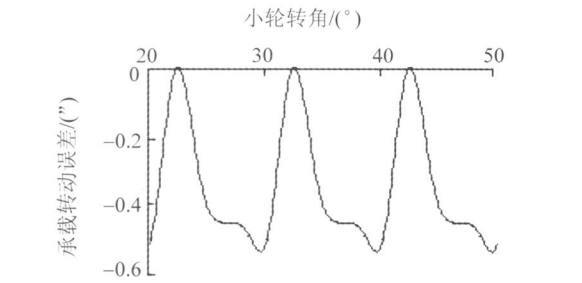


图 5 存在轴线误差优化前承载传动误差
Fig. 5 Loaded transmission error before optimization while existing errors of axis alignment

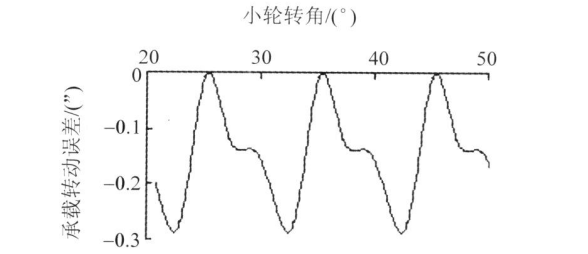


图 6 存在轴线误差优化后承载传动误差
Fig. 6 Loaded transmission error after optimization while existing errors of axis alignment

5 小轮齿廓修形量的计算

文中采用的加工方法是通过改变刀具切削形状来达到修形的目的.在实际加工中可能不采用这种方法,鉴于此,给出了小轮修形量的计算方法,也就是不管采用何种加工方法,只要最后小轮实际修形量与给出的相符,都可以达到预期的目的.

首先根据相关文献[10]得到标准斜齿轮端面齿廓方程 (X_{h1}, Y_{h1}) ,通过对式(5)坐标变换得到修形斜齿轮端面齿廓方程 (X_h, Y_h) .沿小轮高度方向取一系列点 $Y = \{Y_1, \dots, Y_n\}$,以 $Y_h = Y_{h1}$ 为条件,则沿齿高方向小轮齿廓修形量可表示为

$$L = X_h - X_{h1} \tag{6}$$

根据发生线计算公式

$$Y_k = \sqrt{Y^2 - r_{b1}^2} \tag{7}$$

式中 r_{b1} 为小轮基圆半径; Y 为小轮的齿高; Y_k 为其对应的发生线长度.

可知, Y_k 对应的小轮齿廓修形量等于 Y 对应的小轮齿廓修形量.

优化实例中小轮修形量见图 7(齿廓修形图中纵坐标为啮合线方向(0 点位于与基圆的切点上,从齿根工作起始圆开始标注);齿向修形图中横坐标为沿分度圆螺旋线方向,纵坐标为法向修形量).就本实例而言,由于齿向修形量很小,通过与仅进行齿廓修形相比较,发现两者承载传动误差几乎相同,因此,为了加工简单起见,可以仅选用齿廓修形.

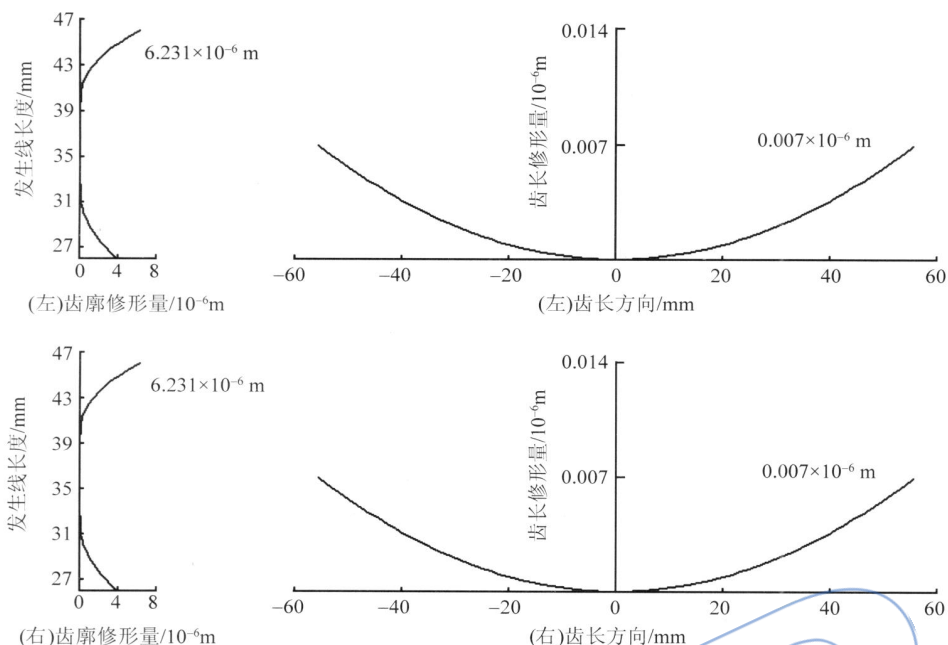


图7 小轮修形量

Fig. 7 Modification of pinion

6 结 论

针对齿廓修形的特点,提出了小轮齿廓三段修形的思想。

1) 通过改变刀具切削刃的形状,以三段抛物线代替齿条的直线齿廓,推导出了刀具齿面方程。

2) 建立了人字齿轮啮合的坐标关系,提出了齿轮接触分析和承载接触分析的方法。通过求解一个周期内所有啮合位置,可以得到人字齿轮啮合的承载传动误差。

3) 以承载传动误差最小为目标函数,采用复形调优法进行优化,得到最佳修形参数。通过实例表明,在不考虑安装误差情况下优化后的结果与不优化相比仍可以明显降低轴线误差对承载传动误差的影响。

4) 给出了小轮齿廓修形量的计算方法,为实际加工提供了依据。

参考文献:

- [1] Amendola J B. Single vs double helical gears[J]. Turbo-machinery International, 2006, 47(5): 34-38.
- [2] 方宗德. 修形斜齿轮的轮齿接触分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 247-250.
FANG Zongde. Tooth contact analysis of helical gears with modification[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 247-250. (in Chinese)
- [3] Litvin F L, LU Jian, Townsend D O, et al. Computerized

simulation of meshing of conventional helical involute gears and modification of geometry[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34: 123-147.

- [4] Litvin F L. Design simulation of meshing and contact stress for an improved worm gear drive[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42: 940-959.
- [5] 沈云波, 方宗德, 赵宁, 等. 斜齿面轮齿宽的设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(4): 754-758.
SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. The design of tooth face width of the face-gear drives with helical pinion[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(4): 754-758. (in Chinese)
- [6] Conry T F, Seireg A. A mathematical programming technique for the evaluation of load distribution and optimal modifications for gear systems[J]. Journal of Mechanical Design, 1973, 95(4): 1115-1121.
- [7] LI Shuting. Gear contact model and loaded tooth contact analysis of a three-dimensional, thin-rimmed gear[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(3): 511-517.
- [8] 徐士良. FORTRAN 常用算法程序集[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.
- [9] 徐亚栋, 钱林方. 基于复形调优法的复合材料身管优化[J]. 南京理工大学学报, 2005, 29(6): 635-638.
XU Yadong, QIAN Linfang. Optimization of composite material barrel on complex method[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2005, 29(6): 635-638. (in Chinese)
- [10] 蒋孝煜, 高维山. 有限元法在齿轮弯曲应力计算中的应用[R]. 清华大学科学报告, QH79013, 1979-03.